Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Minimale lengte

1 maximumscore 4

- $\Delta x = 7 - p$ en $\Delta y = f(p)$, waarbij p de x-coördinaat van P is 1
- $AP = \sqrt{(7-p)^2 + (f(p))^2}$ (of $AP^2 = (7-p)^2 + (f(p))^2$) 1
- Beschrijven hoe het minimum hiervan (met de GR) bepaald kan worden 1
- De minimale lengte van AP is 4,35 1

Bewegend punt

2 maximumscore 4

- $y = 0$ geeft $\sin(2t) = \sin(t)$ 1
- Hieruit volgt $2t = t + k \cdot 2\pi$ (met k geheel) of $2t = \pi - t + k \cdot 2\pi$ (met k geheel) 1
- Dit geeft $t = 0$, $t = \frac{1}{3}\pi$, $t = \pi$, $t = 1\frac{2}{3}\pi$ en $t = 2\pi$ 1
- $x\left(\frac{1}{3}\pi\right) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$ 1

of

- $y(t) = 2\sin(t)\cos(t) - \sin(t)$ 1
- $y = 0$ geeft $\sin(t) = 0$ of $\cos(t) = \frac{1}{2}$ 1
- Dit geeft $t = 0$, $t = \frac{1}{3}\pi$, $t = \pi$, $t = 1\frac{2}{3}\pi$ en $t = 2\pi$ 1
- $x\left(\frac{1}{3}\pi\right) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$ 1

3 maximumscore 6

- De afgeleide van $\sin(2t)$ is $2\cos(2t)$ — 1
- De afgeleide van $\cos(2t)$ is $-2\sin(2t)$ — 1
- ($x'(t) = -2\sin(2t) - 2\cos(2t)$ en $y'(t) = 2\cos(2t) - \cos(t)$, dus) $\begin{pmatrix} x'(0) \\ y'(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ en $\begin{pmatrix} x'(\pi) \\ y'(\pi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ — 1
- $\cos(\varphi) = \dfrac{\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}\right|}$ (waarbij φ de gevraagde hoek is) — 1
- $\cos(\varphi) = \dfrac{7}{\sqrt{65}}$ — 1
- $\varphi \approx 29{,}7\,(^\circ)$ — 1

of

- De afgeleide van $\sin(2t)$ is $2\cos(2t)$ — 1
- De afgeleide van $\cos(2t)$ is $-2\sin(2t)$ — 1
- ($x'(t) = -2\sin(2t) - 2\cos(2t)$ en $y'(t) = 2\cos(2t) - \cos(t)$, dus) $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \dfrac{2\cos(2t) - \cos(t)}{-2\sin(2t) - 2\cos(2t)}$ — 1
- $t = 0$ en $t = \pi$ invullen geeft de richtingscoëfficiënten van de raaklijnen aan de baan: $-\frac{1}{2}$ en $-\frac{3}{2}$ — 1
- De richtingshoeken zijn $-26{,}56...^\circ$ en $-56{,}30...^\circ$ (of: de hoeken die de raaklijnen met de x-as maken, zijn $26{,}56...^\circ$ en $56{,}30...^\circ$) — 1
- De gevraagde hoek is ($-56{,}30...^\circ - -26{,}56...^\circ$) $\approx 29{,}7\,(^\circ)$ — 1

Raaklijn in knikpunt

4 maximumscore 5

- Voor de x-coördinaat van de knik geldt $x-2=0$, dus $x=2$ — 1
- Voor $x<2$ geldt $f(x)=-(x-2)\cdot\left(\frac{1}{2}x+2\right)+1$ — 1
- (Voor $x<2$ geldt) $f'(x)=-1\cdot\left(\frac{1}{2}x+2\right)-(x-2)\cdot\frac{1}{2}$ — 1
- De helling van l is ($\lim\limits_{x\uparrow 2} f'(x)=$) -3 — 1
- ($y_A=1$;) uit $1=-3\cdot 2+b$ volgt $b=7$, dus een vergelijking van l is $y=-3x+7$ — 1

Opmerkingen

- *Als de kandidaat het functievoorschrift* $f(x)=(x-2)\cdot\left(\frac{1}{2}x+2\right)+1$ *hanteert, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.*
- *Voor de notatie* $f'(2)=-3$ *in plaats van* $\lim\limits_{x\uparrow 2} f'(x)=-3$ *geen scorepunten in mindering brengen.*

Optimale snijsnelheid

5 maximumscore 4

- De vergelijking $20 \cdot 116^m = 30 \cdot 40^m$ 1
- Herleiden tot $2{,}9^m = 1{,}5$ 1
- Dit geeft $m = {}^{2,9}\log(1{,}5) = 0{,}380...$, dus $m \approx 0{,}38$ 1
- $C = 20 \cdot 116^{0,380...}$ geeft $C \approx 122$ 1

6 maximumscore 5

- $N = 0{,}3V$ 1
- Uit $V \cdot T^{0,25} = 150$ volgt $T = \left(\frac{150}{V}\right)^4$ 1
- $d = \frac{T}{T+2} = \frac{\left(\frac{150}{V}\right)^4}{\left(\frac{150}{V}\right)^4 + 2} = \frac{\frac{150^4}{V^4}}{\frac{150^4}{V^4} + 2} = \frac{150^4}{150^4 + 2V^4}$ 1
- Dit is gelijk aan $\frac{1}{\frac{2}{150^4} \cdot V^4 + 1}$ 1
- Dus $A = 1440 \cdot 0{,}3V \cdot d = 432V \cdot d = \frac{432V}{\frac{2}{150^4} \cdot V^4 + 1}$ 1

7 maximumscore 5

- De afgeleide van de noemer van de formule voor A is $\frac{8}{150^4} \cdot V^3$ (of $0{,}0000000158... \cdot V^3$) 1
- $\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}V} = \frac{432 \cdot \left(0{,}00000000395... \cdot V^4 + 1\right) - 432V \cdot 0{,}0000000158... \cdot V^3}{\left(0{,}00000000395... \cdot V^4 + 1\right)^2}$ 1
- $\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}V} = 0$ geeft $0{,}00000170... \cdot V^4 + 432 - 0{,}00000682... \cdot V^4 = 0$ 1
- Dus $-0{,}00000512 \cdot V^4 + 432 = 0$, dus $V^4 = \frac{-432}{-0{,}00000512}$ $(= 84\,375\,000)$ 1
- Dit geeft V $(= \sqrt[4]{84\,375\,000}\,)$ $\approx 95{,}8$ ($V \approx -95{,}8$ voldoet niet) (dus de gevraagde snelheid is 95,8 (m/min)) 1

Oppervlakte onder een sinusgrafiek

8 maximumscore 4

- $A(p) = \int_{p}^{\pi - p} 2\sin(x)\,\mathrm{d}x$ 1
- Een primitieve van $2\sin(x)$ is $-2\cos(x)$ 1
- $A(p) = -2\cos(\pi - p) + 2\cos(p)$ 1
- $-\cos(\pi - p) = \cos(p)$, dus $A(p) = 4\cos(p)$ 1

of

- $A(p) = 2 \cdot \int_{p}^{\frac{1}{2}\pi} 2\sin(x)\,\mathrm{d}x$ (vanwege de symmetrie van f) 2
- Een primitieve van $2\sin(x)$ is $-2\cos(x)$ 1
- $A(p) = 2 \cdot \left(-2\cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) + 2\cos(p)\right)$, dus $A(p) = 4\cos(p)$ 1

Opmerking
Voor het eerste antwoordelement van het tweede antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

9 maximumscore 4

- De oppervlakte van W is gelijk aan $(\pi - 2p) \cdot 2\sin(p)$ 1
- De oppervlakte van W moet gelijk zijn aan $\frac{1}{2}A(p)$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $(\pi - 2p) \cdot 2\sin(p) = \frac{1}{2} \cdot 4\cos(p)$ kan worden opgelost 1
- Dit geeft $p \approx 0{,}41$ ($p = \frac{1}{2}\pi$ voldoet niet) 1

of

- De oppervlakte van W is gelijk aan $(\pi - 2p) \cdot 2\sin(p)$ 1
- De vergelijking $\int_{p}^{\pi - p} 2\sin(x)\,\mathrm{d}x = 2 \cdot (\pi - 2p) \cdot 2\sin(p)$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Dit geeft $p \approx 0{,}41$ ($p = \frac{1}{2}\pi$ voldoet niet) 1

Horizontale en verticale asymptoot

10 maximumscore 7

- $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^x = 0$ en $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{2x} = 0$ — 1
- De horizontale asymptoot heeft vergelijking $y = (\frac{0-1000}{0-10} =)\ 100$ — 1
- ($\mathrm{e}^x = 10$ geeft $x = \ln(10)$, dus) de verticale asymptoot heeft vergelijking $x = \ln(10)$ (en dit is x_B) — 1
- $f(x) = 100$ geeft $\mathrm{e}^{2x} - 1000 = 100\mathrm{e}^x - 1000$ — 1
- $\mathrm{e}^{2x} = 100\mathrm{e}^x$ geeft $\mathrm{e}^x\left(\mathrm{e}^x - 100\right) = 0$ — 1
- Hieruit volgt $x_C = \ln(100)$ (want $\mathrm{e}^x = 0$ heeft geen oplossingen) — 1
- $x_C = 2\ln(10)$ (dus $x_C - x_A = 2\ln(10)$) (en $x_B - x_A = \ln(10)$) (en de y-coördinaten van A, B en C zijn gelijk) (dus B is het midden van lijnstuk AC) — 1

of

- $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^x = 0$ en $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{2x} = 0$ — 1
- De horizontale asymptoot heeft vergelijking $y = (\frac{0-1000}{0-10} =)\ 100$ — 1
- ($\mathrm{e}^x = 10$ geeft $x = \ln(10)$, dus) de verticale asymptoot heeft vergelijking $x = \ln(10)$ (en dit is x_B) — 1
- $f(x) = 100$ geeft $\mathrm{e}^{2x} - 1000 = 100\mathrm{e}^x - 1000$ — 1
- $\mathrm{e}^{2x} = 100\mathrm{e}^x$ geeft $\mathrm{e}^x\left(\mathrm{e}^x - 100\right) = 0$ — 1
- Hieruit volgt $x_C = \ln(100)$ (want $\mathrm{e}^x = 0$ heeft geen oplossingen) — 1
- $x_C - x_B = \ln(100) - \ln(10) = (\ln\left(\frac{100}{10}\right) =)\ \ln(10)$ (en $x_B - x_A = \ln(10)$) (en de y-coördinaten van A, B en C zijn gelijk) (dus B is het midden van lijnstuk AC) — 1

of

- $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ en $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{2x} = 0$ — 1
- De horizontale asymptoot heeft vergelijking $y = (\frac{0-1000}{0-10} =)\ 100$ — 1
- ($e^x = 10$ geeft $x = \ln(10)$, dus) de verticale asymptoot heeft vergelijking $x = \ln(10)$ (en dit is x_B) — 1
- $f(x) = 100$ geeft $e^{2x} - 1000 = 100e^x - 1000$ — 1
- $e^{2x} = 100e^x$ geeft $e^x\left(e^x - 100\right) = 0$ — 1
- Hieruit volgt $x_C = \ln(100)$ (want $e^x = 0$ heeft geen oplossingen) — 1
- $(\frac{x_A + x_C}{2} =)\ \frac{x_C}{2} = \frac{\ln(100)}{2} = \frac{2\ln(10)}{2} = \ln(10) = x_B$ (en de y-coördinaten van A, B en C zijn gelijk) (dus B is het midden van lijnstuk AC) — 1

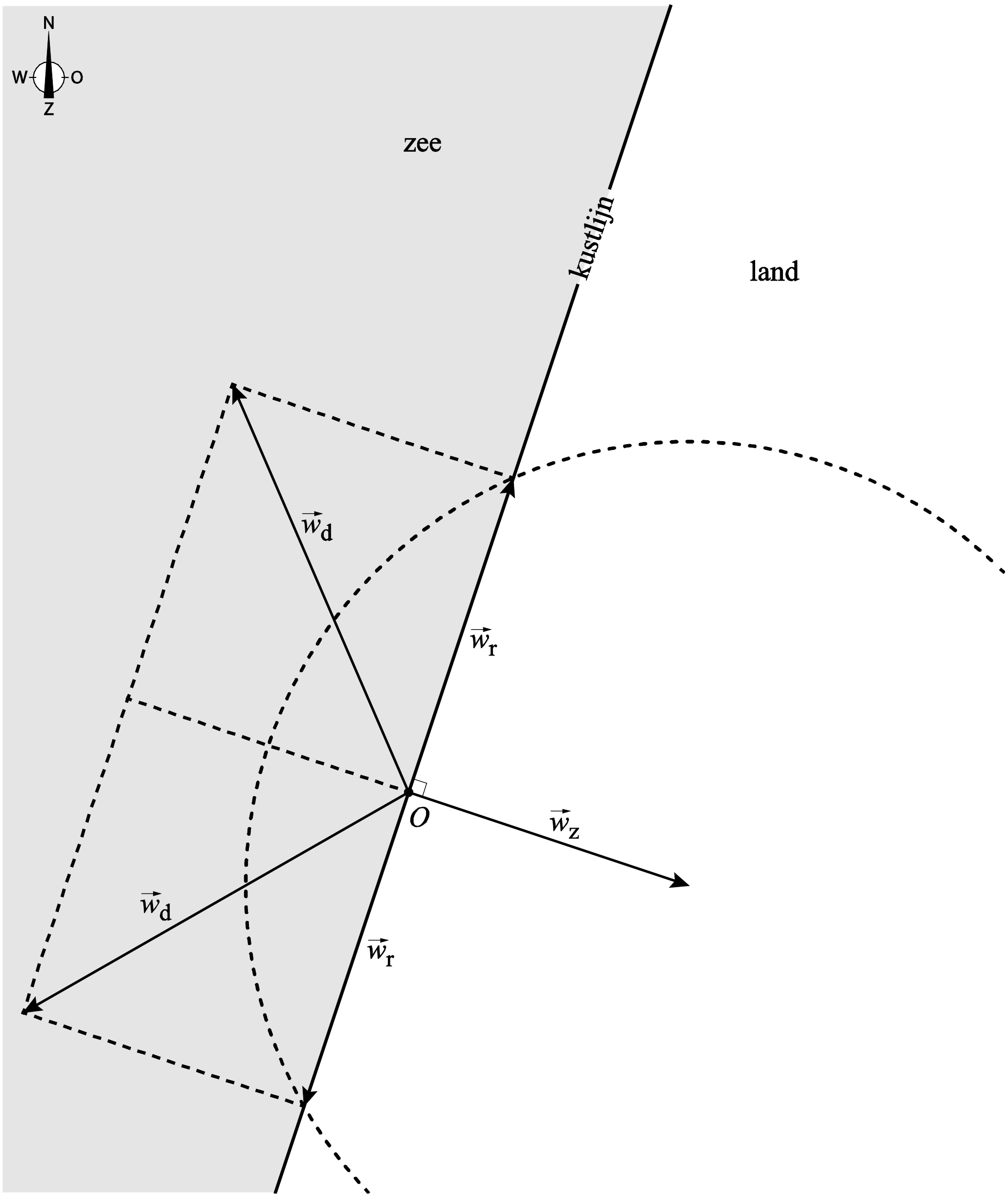
of

- Als x onbegrensd afneemt, dan naderen e^x en e^{2x} naar 0 — 1
- De horizontale asymptoot heeft vergelijking $y = (\frac{0-1000}{0-10} =)\ 100$ — 1
- $f(x) = 100$ geeft $e^{2x} - 1000 = 100e^x - 1000$ — 1
- $e^{2x} = 100e^x$ geeft $e^x\left(e^x - 100\right) = 0$ — 1
- Hieruit volgt $x_C = \ln(100)$ (want $e^x = 0$ heeft geen oplossingen) — 1
- Het midden van lijnstuk AC ligt bij $x = \frac{1}{2}\ln(100)$ — 1
- Voor $x = \frac{1}{2}\ln(100)$ is de noemer van $f(x)$ gelijk aan $e^{\frac{1}{2}\ln(100)} - 10 = e^{\ln(10)} - 10 = 0$, dus de verticale asymptoot gaat door het midden van AC (en de y-coördinaten van A, B en C zijn gelijk) (dus B is het midden van lijnstuk AC) — 1

Wind aan zee

11 maximumscore 4

- Tekenen van een cirkel met straal 6 cm en met als middelpunt het eindpunt van $\vec{w}_z$ (of bogen daarvan die de kustlijn snijden) 2
- Aangeven van de twee snijpunten van de cirkel met de kustlijn (de mogelijke eindpunten van vector $\vec{w}_r$) of tekenen van de twee mogelijke vectoren $\vec{w}_r$) 1
- Tekenen van $\vec{w}_r - \vec{w}_z$ voor beide situaties (en dat zijn de gevraagde vectoren $\vec{w}_d$) 1



of

Vraag	Antwoord	Scores

- $|\vec{w}_\mathrm{r}|^2 + |\vec{w}_\mathrm{z}|^2 = |\vec{w}_\mathrm{d}|^2$ — 1
- $|\vec{w}_\mathrm{r}| = \sqrt{6^2 - 4^2} = 4{,}4...$ — 1
- Aangeven van de twee punten op de kustlijn op afstand $4{,}4...$ cm van O (de mogelijke eindpunten van vector $\vec{w}_\mathrm{r}$) of het tekenen van de twee mogelijke vectoren $\vec{w}_\mathrm{r}$) — 1
- Tekenen van $\vec{w}_\mathrm{r} - \vec{w}_\mathrm{z}$ voor beide situaties (en dat zijn de gevraagde vectoren $\vec{w}_\mathrm{d}$) — 1

Opmerkingen
- *Als het eindpunt van minstens één getekende vector $\vec{w}_\mathrm{d}$ meer dan 2 mm afwijkt van het juiste eindpunt van de betreffende vector $\vec{w}_\mathrm{d}$, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.*
- *Als de kandidaat werkt volgens het eerste antwoordalternatief en daarbij de eindpunten van vector $\vec{w}_\mathrm{r}$ bepaalt zonder gebruik te maken van een cirkel, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.*
- *Als slechts één situatie is getekend, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.*
- *Voor het eerste antwoordelement van het eerste antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.*

Vraag	Antwoord	Scores

12 maximumscore 5

- Omdat $\vec{w}_z$ loodrecht staat op de kustlijn, is de hoek van $\vec{w}_z$ met de lijn oost-west ook $30°$ — 1
- $\vec{w}_z = \begin{pmatrix} 3\cos(30°) \\ -3\sin(30°) \end{pmatrix}$ $\left(= \begin{pmatrix} 2,59... \\ -1,5 \end{pmatrix} \right)$ — 1
- $\vec{w}_d = \begin{pmatrix} -5\cos(45°) \\ -5\sin(45°) \end{pmatrix}$ $\left(= \begin{pmatrix} -3,53... \\ -3,53... \end{pmatrix} \right)$ — 1
- Optellen geeft $\vec{w}_r = \begin{pmatrix} -0,93... \\ -5,03... \end{pmatrix}$ — 1
- Hieruit volgt $|\vec{w}_r| = \sqrt{(-0,93...)^2 + (-5,03...)^2} \approx 5,1$ — 1

of

- Gebruikmaken van de driehoek die ontstaat door vector $\vec{w}_d$ te laten aangrijpen in het eindpunt van vector $\vec{w}_z$ — 1
- De hoek tussen de zijde met lengte 3 en de zijde met lengte 5 is $75°$ — 2
- De cosinusregel geeft $|\vec{w}_r|^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos(75°)$ — 1
- Hieruit volgt $|\vec{w}_r| \approx 5,1$ — 1

Opmerking
Voor het tweede antwoordelement van het tweede antwoordalternatief mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.

Vraag	Antwoord	Scores

Twee logaritmische functies

13 maximumscore 4

- Als $x_B = b$, dan $x_A = b-3$ (of: als $x_A = a$, dan $x_B = a+3$) 1
- Er moet gelden $\log\left(\sqrt{b-3}\right) = \log\left(b\sqrt{b}\right) - 1$ (of: $\log\left(\sqrt{a}\right) = \log\left((a+3)\sqrt{a+3}\right) - 1$) 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit geeft $q \approx -0{,}20$ of $q \approx 0{,}34$ 1

of

- $\log\left(\sqrt{x_A}\right) = q$, dus $\sqrt{x_A} = 10^q$, dus $x_A = 10^{2q}$, dus $x_B = 10^{2q} + 3$ 1
- Er moet gelden $\log\left(\left(10^{2q}+3\right)\sqrt{10^{2q}+3}\right) - 1 = q$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit geeft $q \approx -0{,}20$ of $q \approx 0{,}34$ 1

of

- $\log\left(\sqrt{x_A}\right) = q$, dus $\sqrt{x_A} = 10^q$, dus $x_A = 10^{2q}$ en $\log\left(x_B\sqrt{x_B}\right) - 1 = q$, dus $x_B\sqrt{x_B} = 10^{q+1}$, dus $x_B = \left(10^{q+1}\right)^{\frac{2}{3}}$ 1
- Er moet gelden $\left(10^{q+1}\right)^{\frac{2}{3}} - 10^{2q} = 3$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit geeft $q \approx -0{,}20$ of $q \approx 0{,}34$ 1

14 maximumscore 3

- $\dfrac{CD}{CE} = \dfrac{\log\left(p\sqrt{p}\right) - 1 - \log\left(\sqrt{p}\right)}{\log\left(\sqrt{p}\right)}$ 1
- $\log\left(p\sqrt{p}\right) = 1\frac{1}{2}\log(p)$ en $\log\left(\sqrt{p}\right) = \frac{1}{2}\log(p)$ 1
- $\dfrac{CD}{CE} = \dfrac{1\frac{1}{2}\log(p) - 1 - \frac{1}{2}\log(p)}{\frac{1}{2}\log(p)} = \dfrac{\log(p) - 1}{\frac{1}{2}\log(p)} = \dfrac{2\log(p) - 2}{\log(p)}$ 1

of

- $f(x) = \frac{1}{2}\log(x)$ en $g(x) = 1\frac{1}{2}\log(x) - 1$ 1
- $CD = 1\frac{1}{2}\log(p) - 1 - \frac{1}{2}\log(p) = \log(p) - 1$ 1
- $\dfrac{CD}{CE} = \dfrac{\log(p) - 1}{\frac{1}{2}\log(p)} = \dfrac{2\log(p) - 2}{\log(p)}$ 1

15 **maximumscore 2**

- $\frac{2\log(p)-2}{\log(p)} = \frac{2-\frac{2}{\log(p)}}{1}$ — 1
- Dus $\lim\limits_{p\to\infty} \frac{CD}{CE} = (\frac{2-0}{1} =)\ 2$ (en dit is de gevraagde grenswaarde) — 1

Parabool en cirkel met variabele straal

16 **maximumscore 5**

- Voor de cirkel geldt $x^2+(y-r)^2=r^2$ — 1
- Voor snijpunten van de cirkel en de parabool geldt $x^2+\left(x^2-r\right)^2=r^2$ — 1
- Herleiden tot $x^2\left(1-2r+x^2\right)=0$ — 1
- Dit geeft $x^2=0$ (of $x=0$) of $x^2=2r-1$ — 1
- ($x^2=2r-1$ moet twee oplossingen hebben, dus) er moet gelden $2r-1>0$, dus $r>\frac{1}{2}$ — 1

of

- Voor de cirkel geldt $x^2+(y-r)^2=r^2$ — 1
- Voor snijpunten van de cirkel en de parabool geldt $y+(y-r)^2=r^2$ — 1
- Herleiden tot $y(y-2r+1)=0$ — 1
- Dit geeft $y=0$ (dus $x=0$) of $y=2r-1$ — 1
- ($y=2r-1$ geeft twee gemeenschappelijke punten als $2r-1>0$, dus) er moet gelden $2r-1>0$, dus $r>\frac{1}{2}$ — 1

17 **maximumscore 5**

- De inhoud van het omwentelingslichaam van de parabool kan worden berekend met de integraal $\int_0^r \pi y\, dy$ — 1
- Een primitieve van πy is $\frac{1}{2}\pi y^2$ — 1
- Invullen van de grenzen geeft voor de inhoud $\frac{1}{2}\pi r^2$ — 1
- Er moet gelden $\frac{1}{2}\pi r^2-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3$ (of een gelijkwaardige vergelijking) — 1
- Dit geeft $\pi r^2(3-8r)=0$, dus $r=\frac{3}{8}$ — 1